

TEST LA ALGEBRĂ

- Tema: **DESCOMPUNERI IN FACTORI**
- Clasa: **a VIII-a**
- Timp de lucru: **40 minute**
- Se acordă din oficiu: **1 punct**

1,0p 1. Scrieți următoarele formule de descompunere în factori:

- $a^2 + 2ab + b^2 =$
- $x^2 - y^2 =$
- $ax + ay + az =$
- $u^2 - 2uv + v^2 =$

1,0p 2. Dați factor comun.

- $10a - 15b + 25c =$
- $4xy + 8x^2 - 12xy^2 =$
- $x(x - 7) + 3(x - 7) =$
- $(a + 3)^2 + (a + 3)(a - 1) =$

1,0p 3. Descompuneți ca pe diferențe de pătrate.

- $a^2 - 9 =$
- $0,16 - x^2 =$
- $100a^2 - 49b^2 =$
- $4m^2 - 3 =$

1,0p 4. Restrângeți în pătrate de binoame.

- $x^2 - 10x + 25 =$
- $1 + 6y + 9y^2 =$
- $4x^2 + 4xy + y^2 =$
- $5 - 2\sqrt{5}a + a^2 =$

1,0p 5. Descompuneți în factori.

- $45a^2 - 60ab + 20b^2 =$
- $x^2 - y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y =$
- $(x-7)^2 - (x+7)^2 =$
- $(y - 2)^2 + 2(y - 2)(y + 3) + (y + 3)^2 =$

1,0p 6. Descompuneți în factori.

- $a^2 + 5a + 6 =$
- $b^2 + 2b - 3 =$
- $x^4 - 5x^2 + 4 =$
- $(y + 1)(y + 2) - 6 =$

0,5p 7. Demonstrați că, pentru orice număr real a , avem inegalitatea:

$$a^2 + 1 \geq 2a.$$

0,5p 8. Determinați $x, y \in \mathbf{R}$ astfel încât:

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0$$

0,5p 9. Determinați valoarea minimă a expresiei:

$$E(x) = x^2 - 6x + 13$$

1,0p 10. Calculați:

- $9^2 \cdot 132 - 9^2 \cdot 176 + 9^2 \cdot 45 =$
- $85^2 - 84^2 =$
- $0,63^2 + 2 \cdot 0,63 \cdot 0,37 + 0,37^2 =$
- $78^2 - 2 \cdot 78 \cdot 38 + 38^2 =$

0,5p 11. a) Calculați $(2^{30} + 1)^2 =$

b) Demonstrați că numărul $\sqrt{2^{60} + 2^{31} + 1}$ este natural, impar.

Exercițiul 1

a) $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

b) $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$

c) $ax + ay + az = a(x + y + z)$

d) $u^2 - 2uv + v^2 = (u - v)^2$

Exercițiul 2

a) $10a - 15b + 25c = 5(2a - 3b + 5c)$

b) $4xy + 8x^2 - 12xy^2 = 4x(y + 2x - 3y^2)$

c) $x(x - 7) + 3(x - 7) = (x - 7)(x + 3)$

d) $(a + 3)^2 + (a + 3)(a - 1) = (a + 3)(a + 3 + a - 1) = (a + 3)(2a + 2) = 2(a + 1)(a + 3)$

Exercițiul 3

a) $a^2 - 9 = (a + 3)(a - 3)$

b) $0,16 - x^2 = (0,4 + x)(0,4 - x)$

c) $100a^2 - 49b^2 = (10a + 7b)(10a - 7b)$

d) $4m^2 - 3 = (2m + \sqrt{3})(2m - \sqrt{3})$

Exercițiul 4

a) $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$

b) $1 + 6y + 9y^2 = (1 + 3y)^2$

c) $4x^2 + 4xy + y^2 = (2x + y)^2$

d) $5 - 2\sqrt{5}a + a^2 = (\sqrt{5} - a)^2$

Exercițiul 5

a) $45a^2 - 60ab + 20b^2 = 5(9a^2 - 12ab + 4b^2) = 5(3a - 2b)^2$

b) $x^2 - y^2 + \sqrt{3}x + \sqrt{3}y = (x + y)(x - y) + \sqrt{3}(x + y) = (x + y)(x - y + \sqrt{3})$

c) $(x-7)^2 - (x+7)^2 = (x - 7 + x + 7)(x - 7 - x - 7) = 2x \cdot (-14) = -28x$

d) $(y - 2)^2 + 2(y - 2)(y + 3) + (y + 3)^2 = (y - 2 + y + 3)^2 = (2y + 1)^2$

Exercițiul 6

a) $a^2 + 5a + 6 = a^2 + 2a + 3a + 6 = a(a + 2) + 3(a + 2) = (a + 2)(a + 3)$

b) $b^2 + 2b - 3 = b^2 + 3b - b - 3 = b(b + 3) - (b + 3) = (b + 3)(b - 1)$

c) $x^4 - 5x^2 + 4 = x^4 - 4x^2 - x^2 + 4 = x^2(x^2 - 4) - (x^2 - 4) = (x^2 - 4)(x^2 - 1) = (x + 2)(x - 2)(x + 1)(x - 1)$

d) $(y + 1)(y + 2) - 6 = y^2 + 2y + y + 2 - 6 = y^2 + 3y - 4 = y^2 + 4y - y - 4 = y(y + 4) - (y + 4) = (y + 4)(y - 1)$

Exercițiul 7

$$a^2 + 1 \geq 2a \leftrightarrow a^2 + 1 - 2a \geq 0 \leftrightarrow (a - 1)^2 \geq 0 \text{ oricare ar fi } a \text{ număr real.}$$

Exercițiul 8

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 5 = 0 \leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 0 \leftrightarrow (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 0$$

$$(x + 1)^2 \geq 0 \text{ și } (y - 2)^2 \geq 0; \quad (x + 1)^2 = 0 \rightarrow x + 1 = 0 \rightarrow x = -1; \quad (y - 2)^2 = 0 \rightarrow y - 2 = 0 \rightarrow y = 2.$$

Exercițiul 9

$$E(x) = x^2 - 6x + 13 = x^2 - 6x + 9 + 4 = (x - 3)^2 + 4$$

$$(x - 3)^2 \geq 0; \quad E(x) = \text{minim dacă } (x - 3)^2 = 0 \leftrightarrow x - 3 = 0 \leftrightarrow x = 3. \text{ Valoarea minimă a expresiei este } 4.$$

Exercițiul 10

a) $9^2 \cdot 132 - 9^2 \cdot 176 + 9^2 \cdot 45 = 9^2(132 - 176 + 45) = 81 \cdot 1 = 81$

b) $85^2 - 84^2 = (85 + 84)(85 - 84) = 169 \cdot 1 = 169$

c) $0,63^2 + 2 \cdot 0,63 \cdot 0,37 + 0,37^2 = (0,63 + 0,37)^2 = 1^2 = 1$

d) $78^2 - 2 \cdot 78 \cdot 38 + 38^2 = (78 - 38)^2 = 40^2 = 1600$

Exercițiul 11

a) $(2^{30} + 1)^2 = (2^{30})^2 + 2 \cdot 2^{30} + 1^2 = 2^{60} + 2^{31} + 1$

b) $\sqrt{2^{60} + 2^{31} + 1} = \sqrt{(2^{30} + 1)^2} = 2^{30} + 1 = 2 \cdot 2^{29} + 1 = 2n + 1 = \text{număr natural impar } (n = 2^{29}).$