



## CARL FRIEDRICH GAUSS (1777 - 1855)

Într-o bună zi, pe când Carl nu împlinise 4 ani, tatăl său, era aplecat asupra unor calcule interminabile pentru plata paznicilor comunali ce-i aveau în subordine, fără să observe că micul Carl îi urmărea cu mare atenție toate operațiile. Mare i-a fost surpriza când, la sfârșit copilul îi spune: „Tata, aici trebuie...7 și nu 3!”

Verificând calculele, tatăl văzuse că dreptatea era de partea copilului. Morocănos și ursuz, s-o fi gândit pentru o clipă că, pentru a deveni un excelent grădinar, așa cum dorea din tot sufletul pentru copilul său, nu-i va trebui prea multă matematică, dar că atent la calcule băiatul poate deveni, într-o zi, un bun șef al grădinarilor comunali.

Întâmplarea era de mult uitată, când Carl intră în clasele de aritmetică, unde îl cunoaște pe învățătorul Buttner, un falnic reprezentant al metodelor de învățământ medieval: bătaia cruntă și terorizarea copiilor.

Ca orice copil, într-o zi Gauss făcu o șotie și se pomeni cu urechea zdravăn strânsă în cleștele făcut de degetele învățătorului, târât spre vestitul colț cu grăunțe și pedepsit să stea în genunchi pe aceste grăunțe, până adună în minte toate numerele de la 1 la 100 inclusiv. Nici n-apucă să pună jos amândoi genunchii și Carl îi șuieră învățătorului rezultatul: 5050.

Întrebat cum a făcut atât de rapid calculul, Gauss spune: am lăsat suta la o parte, apoi am adunat  $1+99=100$ ,  $2+98=100$ , ...,  $49+51=100$ ; și mi-a mai rămas izolat 50. În total avem 100 de 50 de ori și încă 50.

Învățătorul fu mulțumit de rezultat și-l scuti pe Carl de pedeapsă. „Este mult mai tare decât mine” avea să recunoască în cele din urmă învățătorul, și avea dreptate.

Carl Friedrich Gauss, în foarte scurtă vreme, avea să devină cel mai mare matematician al timpului său și, alături de Arhimede și Newton, unul din cele mai mari genii matematice pe care l-a dat omenirea.

Acest „princeps mathematicorum” cum l-au numit contemporanii săi, a fost într-adevăr un grădinar, așa cum și-a dorit tatăl său, dar un grădinar într-o lume care se cheamă matematica. A muncit toată viața cinstit și a reușit să crească cele mai rare flori ce au crescut vreodată; acestea i-au dat dreptul la nemurire.

## Calculul unor sume cu mulți termeni

**1) Calculati suma primelor 100 numere naturale nenule.**

**Rezolvare** Scriu suma cu termenii ordonati crescator si ordonati descrescator.  
Apoi adun cele doua relatii, membru cu membru.

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$$

$$S = 100 + 99 + 98 + \dots + 1$$

---


$$2 \cdot S = \underbrace{101 + 101 + 101 + \dots + 101}_{100 \text{ de termeni}}$$

$$2 \cdot S = 101 \cdot 100$$

$$S = 101 \cdot 100 : 2$$

$$S = 101 \cdot 50$$

$$S = 5050 \text{ sau } S = \frac{(1+100) \cdot 100}{2}$$

**2) Calculati suma primelor 1000 numere naturale nenule.**

**Rezolvare** Scriu suma cu termenii ordonati crescator si ordonati descrescator.  
Apoi adun cele doua relatii, membru cu membru.

$$S = 1 + 2 + 3 + \dots + 1000$$

$$S = 1000 + 999 + 998 + \dots + 1$$

---


$$2 \cdot S = \underbrace{1001 + 1001 + 1001 + \dots + 1001}_{1000 \text{ de termeni}}$$

$$2 \cdot S = 1001 \cdot 1000$$

$$S = 1001 \cdot 1000 : 2$$

$$S = 1001 \cdot 500$$

$$S = 500500 \text{ sau } S = \frac{(1+1000) \cdot 1000}{2}$$

**3) Calculati suma:**  $S = 215 + 216 + 217 + \dots + 2015$

**Rezolvare** Cati termeni are suma  $S$  ?

$1 + 2 + 3 + \dots + 2015$  - are 2015 termeni.

$1 + 2 + 3 + \dots + 214$  - are 214 termeni.

Deci:

$$1 + 2 + 3 + \dots + 214 + \underbrace{215 + 216 + \dots + 2015}$$

$2015 - 214 = 1801$  termeni.

Scriu suma cu termenii ordonați crescător și ordonați descrescător.  
Apoi adun cele două relații, membru cu membru.

$$\begin{aligned}
 S &= 215 + 216 + 217 + \dots + 2015 \\
 S &= 2015 + 2014 + 2013 + \dots + 215 \\
 \hline
 2 \cdot S &= \underbrace{2230 + 2230 + 2230 + \dots + 2230}_{1801 \text{ termeni}} \\
 2 \cdot S &= 2230 \cdot 1801 \\
 S &= 2230 \cdot 1801 : 2 \\
 S &= 1115 \cdot 1801 \\
 S &= 2\,008\,115.
 \end{aligned}$$

4) Calculați suma:  $S = 3 + 6 + 9 + \dots + 102$

**Rezolvare** Căți termeni are suma  $S$  ?

$S = 3 + 6 + 9 + \dots + 102 = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + 3 \cdot 34$ , deci suma are 34 de termeni (am scris fiecare termen ca pe un produs în care al doilea factor numără termenii sumei inițiale).

Scriu suma cu termenii ordonați crescător și ordonați descrescător.

Apoi adun cele două relații, membru cu membru.

$$\begin{aligned}
 S &= 3 + 6 + 9 + \dots + 102 \\
 S &= 102 + 99 + 96 + \dots + 3 \\
 \hline
 2 \cdot S &= \underbrace{105 + 105 + 105 + \dots + 105}_{34 \text{ termeni}} \\
 2 \cdot S &= 105 \cdot 34 \\
 S &= 105 \cdot 34 : 2 \\
 S &= 105 \cdot 17 \\
 S &= 1785 \text{ sau } S = \frac{(3 + 102) \cdot 34}{2}
 \end{aligned}$$

Sau:

$$\begin{aligned}
 S &= 3 + 6 + 9 + \dots + 102 = 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + \dots + 3 \cdot 34 = 3(1 + 2 + 3 + \dots + 34) \\
 S &= 3 \cdot \frac{(1 + 34) \cdot 34}{2} = 3 \cdot \frac{35 \cdot 34}{2} = 3 \cdot 35 \cdot 17 = 1789.
 \end{aligned}$$

5) Calculați suma:  $S = 2,5 + 5 + 7,5 + \dots + 250$ .

**Rezolvare** Observ că 2,5 este factor comun.

$$\begin{aligned}
 S &= 2,5 \cdot 1 + 2,5 \cdot 2 + 2,5 \cdot 3 + \dots + 2,5 \cdot 100 = 2,5 \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 100) \\
 S &= 2,5 \cdot \frac{(1 + 100) \cdot 100}{2} = 2,5 \cdot \frac{101 \cdot 100}{2} = 2,5 \cdot 101 \cdot 50 = 25 \cdot 505 = 12\,625.
 \end{aligned}$$

$$\text{sau } S = \frac{(2,5 + 250) \cdot 100}{2} = 252,5 \cdot 50 = 2\,525 \cdot 5$$

$$S = 12\,625.$$

**6) Calculati suma:**  $S = 0, (1) + 0, (2) + 0, (3) + \dots + 0, (8) + 1$

**Rezolvare**

$$S = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{3}{9} + \dots + \frac{8}{9} + \frac{9}{9} = \frac{1}{9} \cdot (1 + 2 + 3 + \dots + 9)$$

$$S = \frac{1}{9} \cdot \frac{(1+9) \cdot 9}{2} = \frac{1}{9} \cdot \frac{10 \cdot 9}{2} = \frac{10}{2} = 5.$$

$$S = 5.$$

**7) Calculati suma:**  $S = 20\sqrt{3} + 24\sqrt{3} + 28\sqrt{3} + \dots + 200\sqrt{3}.$

**Rezolvare** Observ ca  $4\sqrt{3}$  este factor comun.

$$S = 4\sqrt{3} \cdot (5 + 6 + 7 + \dots + 50)$$

Cati termeni are suma  $5 + 6 + 7 + \dots + 50$  ?

$$1 + 2 + 3 + 4 + \underbrace{5 + 6 + 7 + \dots + 50}$$

$$50 - 4 = 46 \text{ termeni}$$

$$S = 4\sqrt{3} \cdot \frac{(5+50) \cdot 46}{2} = 4\sqrt{3} \cdot 55 \cdot 23 = 5060\sqrt{3}.$$

$$S = 5060\sqrt{3}.$$

**8) Calculati suma:**  $S = \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32} + \dots + \sqrt{450}.$

**Rezolvare** Scot factorii de sub radical.

$$S = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} + \dots + 15\sqrt{2}.$$

Observ ca  $\sqrt{2}$  este factor comun.

$$S = \sqrt{2} \cdot (2 + 3 + 4 + \dots + 15)$$

$$1 + \underbrace{2 + 3 + 4 + \dots + 15}$$

$$15 - 1 = 14 \text{ termeni}$$

$$S = \sqrt{2} \cdot \frac{(2+15) \cdot 14}{2} = \sqrt{2} \cdot 17 \cdot 7 = 119\sqrt{2}.$$

$$S = 119\sqrt{2}.$$

Sursa bibliografică: <http://www.didactic.ro/materiale-didactice/calculul-unor-sume-cu-multi-termeni>