# SUBIECT PROPUS LA EVALUAREA NAȚIONALĂ MATEMATICĂ 2015 – VARIANTA 7 – rezolvare oferită de MATEPOP2013

**SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)**

1) (5p) Rezultatul calculului $10 \cdot 2 - 20$ este egal cu ….. .

REZOLVARE: $10 \cdot 2 - 20 = 20 - 20 = 0$

2) (5p) Dacă $\frac{a}{4} = \frac{3}{2}$ , atunci a este egal cu ….. .

REZOLVARE: $\frac{a}{4} = \frac{3}{2} \rightarrow a = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$

3) (5p) Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[1, 5]$ este egal cu ….. .

REZOLVARE: Numerele naturale care aparțin intervalului $[1, 5]$ sunt 1, 2, 3, 4 și 5. Cel mai mare număr natural care aparține intervalului $[1, 5]$ este egal cu 5.

4) (5p) Pătratul ABCD are latura de 6 cm. Perimetrul pătratului ABCD este egal cu ….. cm.

REZOLVARE: $P = 4l = 4 \cdot 6 = 24$

5) (5p) În Figura 1 este reprezentat un cub ABCDEFGH. Măsura unghiului determinat de dreptele AB și BF este egală cu …..°

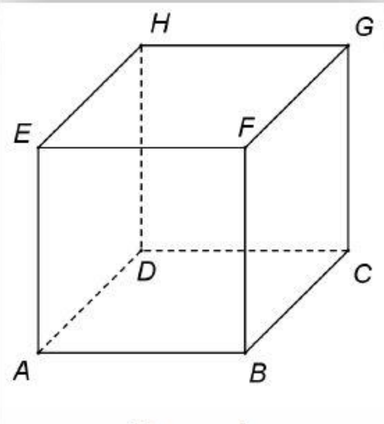


*Figura 1*

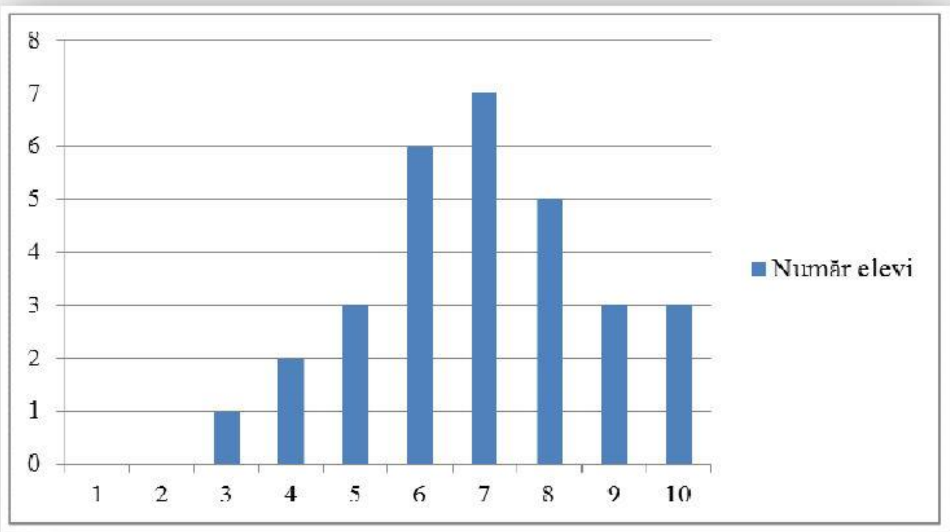
REZOLVARE:

Pătratul ABFE are laturile AB și BF perpendiculare.

Măsura unghiului determinat de dreptele AB și BF este egală cu 90° .

6) (5p) În diagrama de mai jos este prezentată repartiția elevilor unei clase a VIII-a, în funcție de notele obținute la teza de matematică pe semestrul al II-lea. Numărul elevilor care au obținut nota 10 este egal cu ….. .

REZOLVARE:

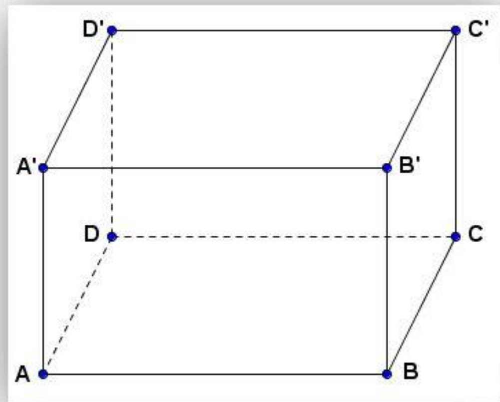



Numărul elevilor care au obținut nota 10 este egal cu 3.

**SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

1) (5p) Desenaţi, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic ABCDA´B´C´D´.

REZOLVARE:



2) (5p) Calculați media aritmetică a numerelor de două cifre, multipli ai lui 40.

REZOLVARE: Numerele naturale de două cifre, multipli de 40 sunt 40 și 80.

$$m_{aritmetică} = \frac{40+80}{2} = \frac{120}{2} = 60$$

Observație: Dacă se iau în considerare și multiplii negativi ai lui 40 de două cifre, atunci

$$m_a = \frac{-80 - 40 + 40 + 80}{4} = 0$$

3) (5p) Mihai a cheltuit o sumă de bani în două zile. În prima zi Mihai a cheltuit 30% din sumă, iar în a doua zi restul de 35 de lei. Calculați suma de bani cheltuită de Mihai în prima zi.

REZOLVARE:

$x = suma\ de\ bani; x = 30\%\ din\ x + 35 \rightarrow x = \frac{30}{100} \cdot x + 35 \rightarrow x = \frac{3}{10}x + 35 \rightarrow 10x = 3x + 350 \rightarrow 10x - 3x = 350 \rightarrow 7x = 350 \rightarrow x = 350 : 7 \rightarrow x = 50$

$Mihai\ a\ cheltuit\ în\ prima\ zi\ \ 50 - 35 = 15\ lei.$

$Altă\ rezolvare:$ $x = suma\ de\ bani;$

$100\%\ din\ x - 30\%\ din\ x = 35;\ 70\%\ din\ x = 35$

$\frac{70}{100}x = 35 \leftrightarrow x = 35 : \frac{70}{100} = 35 \cdot \frac{100}{70} = 50;\quad 30\%\ din\ 50 = 15\ lei.$

$Altă\ rezolvare:$ În cele două zile Mihai a cheltuit $x + 35$,

($x =$ suma cheltuită în prima zi)

$$30\%\ din\ (x + 35) = x \leftrightarrow \frac{30}{100}(x + 35) = x \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow 30(x + 35) = 100x \rightarrow x = 15\ lei.$$

4) Se consideră funcția $f: R \rightarrow R, f(x) = x + 2.$

a) (5p) Calculați f(- 2).

REZOLVARE: $f(-2) = -2 + 2 = 0$

b) (5p) Reprezentați grafic funcția f într-un sistem de coordonate xOy .

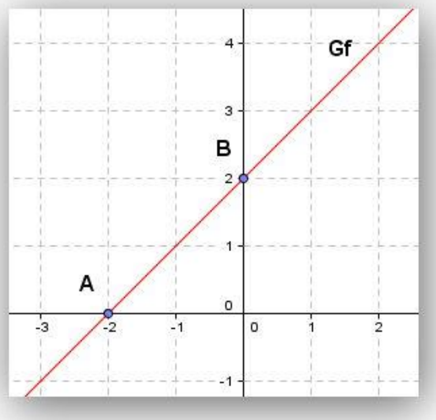
REZOLVARE: Se determină coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa absciselor Ox.

$f(x) = 0 \leftrightarrow x + 2 = 0;\ x = -2;\qquad A(-2, 0)$

Se determină coordonatele punctului de intersecție a graficului funcției f cu axa ordonatelor Oy. $f(0) = 0 + 2 = 2;\quad B(0,2)$

Graficul funcției f este dreapta AB.

Observație: Pentru realizarea graficului, se pot lua două valori ale lui x din domeniul de definiție al funcției și folosind formula funcției se calculează imaginile (valorile) funcției f pentru argumentele x considerate.




5) (5p) Se consideră expresia

$$E(x) = \frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} - \frac{2x + 7}{x^2 + x} : \frac{1}{x + 1}, unde\ x\ este\ număr\ real,$$

$x \neq -1, x \neq 0$ și $x \neq 7.$

Arătați că $E(x) = -1$, pentru orice $x$ număr real, $x \neq -1,$

$x \neq 0$ și $x \neq 7.$

REZOLVARE:

$x^2 - 49 = (x + 7)(x - 7);\ x^2 - 7x = x(x - 7);\ x^2 + x = x(x + 1)$

$$\frac{2x + 7}{x^2 + x} : \frac{1}{x + 1} = \frac{2x + 7}{x(x + 1)} \cdot \frac{x + 1^{(x+1}}{1} = \frac{2x + 7}{x}$$

$$\frac{x^2 - 49}{x^2 - 7x} = \frac{(x + 7)(x - 7)^{(x-7}}{x(x - 7)} = \frac{x + 7}{x}$$

$$E(x) = \frac{x+7}{x} - \frac{2x+7}{x} = \frac{x+7-2x-7}{x} = \frac{-x}{x} = -1 \quad c.c.t.d.$$

**SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)**

1) Figura 2 este schiţa unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 150$ m şi $AD = 100$ m . Punctul $M$ este mijlocul laturii $AD$ , iar punctul $N$ este situat pe latura $DC$ astfel încât $DN = 2NC$ .

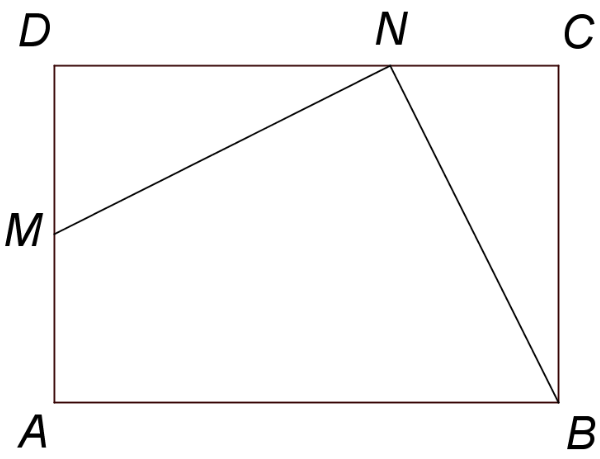



Figura 2

a) (5p) Arătați că aria terenului ABCD este egală cu 1,5ha .

REZOLVARE: $A_{ABCD} = AB \cdot AD = 150 \cdot 100 = 15000\,m^2 = 1{,}5ha$

$$(10000\,m^2 = 1ha; \quad 15000 : 10000 = 1{,}5)$$

b) (5p) Demonstrați că triunghiul MNB este isoscel.

REZOLVARE:

$DM = \frac{AD}{2} = \frac{100}{2} = 50\,m;\ DN + NC = 150 \leftrightarrow 2NC + NC = 150$

$3NC = 150 \rightarrow NC = 50\,m$ și $DN = 2NC = 2 \cdot 50 = 100\,m.$

$DM = NC;\ DN = BC$ *iar* $\Delta DMN$ *și* $\Delta CNB$ *sunt trunghiuri dreptunghice.*

*Rezultă conform criteriului de congruență al triunghiurilor*

*dreptunghice (C.C.) că* $\Delta DMN \equiv \Delta CNB.$

$$Deci\ MN = NB \rightarrow \Delta MNB\ isoscel.$$

Altă rezolvare: În triunghiurile dreptunghice DMN și CNB, folosind teorema lui Pitagora se pot calcula MN și NB. Rezultă MN = NB = $50\sqrt{5}$ m iar ΔMNB este triunghi isoscel.

c) (5p) Calculați măsura unghiului format de dreptele MN și NB .

REZOLVARE:

$\sphericalangle DMN \equiv \sphericalangle CNB$; $m(\sphericalangle MND) + m(\sphericalangle DMN) = 90°$;

$m(\sphericalangle MND) + m(\sphericalangle CNB) = 90°$;

$m(\sphericalangle MNB) = 180° - (m(\sphericalangle MND) + m(\sphericalangle CNB)) = 90°$.

Altă rezolvare: În triunghiul dreptunghic AMB, se folosește teorema lui Pitagora pentru determinarea lungimii ipotenuzei MB.

$$MB^2 = MA^2 + AB^2 = 50^2 + 150^2 = 25000 \rightarrow MB = \sqrt{25000} = 50\sqrt{10}$$

În triunghiul dreptunghic DMN, se folosește teorema lui Pitagora pentru determinarea lungimii ipotenuzei MN.

$$MN^2 = DM^2 + DN^2 = 50^2 + 100^2 = 12500 \rightarrow MN = \sqrt{12500} = 50\sqrt{5}$$

În triunghiul dreptunghic CNB, se folosește teorema lui Pitagora pentru determinarea lungimii ipotenuzei NB.

$$NB^2 = NC^2 + CB^2 = 50^2 + 100^2 = 12500 \rightarrow NB = \sqrt{12500} = 50\sqrt{5}$$

$$\left(50\sqrt{10}\right)^2 = \left(50\sqrt{5}\right)^2 + \left(50\sqrt{5}\right)^2 \leftrightarrow MB^2 = MN^2 + NB^2$$

Conform reciprocei teoremei lui Pitagora, rezultă că triunghiul NMB este dreptunghic în N. $Din\ MN \perp NB\ rezultă\ m(\sphericalangle MNB) = 90°$.

2) În Figura 3 este reprezentată o piramidă patrulateră regulată VABCD cu VA = $3\sqrt{5}$ dm și AB = 6 dm . Punctul M este mijlocul laturii AD .

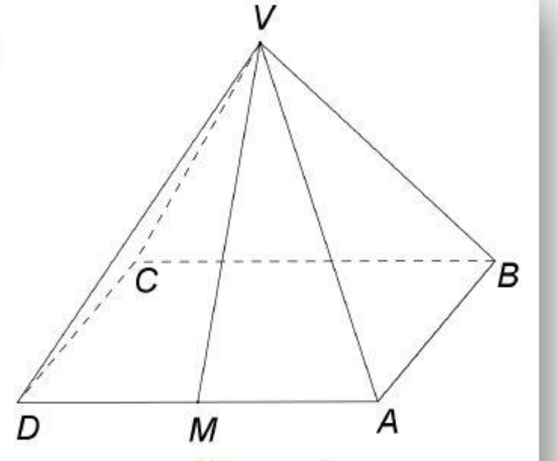


Figura 3

a) (5p) Arătaţi că VM = 6 dm.

REZOLVARE:

$AM = \frac{AD}{2} = \frac{6}{2} = 3\ dm.$ $\quad$ *În triunghiul isoscel VAD,*

$VM = \text{mediană} = \text{înălțime} = \text{apotema piramidei}.$

Triunghiul MAV este triunghi dreptunghic în M. Folosim teorema lui Pitagora şi rezultă $VM^2 = VA^2 - AM^2 = \left(3\sqrt{5}\right)^2 - 3^2 = 45 - 9 = 36.$

$Deci\ \ VM = \sqrt{36} = 6\ dm.$

b) (5p) Calculaţi câte grame de vopsea sunt necesare pentru vopsirea suprafeței laterale a piramidei, știind că pentru vopsirea unei suprafețe de un decimetru pătrat se folosesc 30 grame de vopsea.

REZOLVARE:

$$A_{laterală} = \frac{P_{ABCD} \cdot VM}{2} = \frac{4AB \cdot VM}{2} = 2AB \cdot VM = 2 \cdot 6 \cdot 6 = 72\ dm^2.$$

Cantitatea de vopsea pentru vopsirea suprafeței laterale este 72×30 = 2160 g.

c) (5p) Demonstrați că sinusul unghiului dintre planele (VAD) și (VBC) este egal cu $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

REZOLVARE:

AD este inclusă în (VAD), BC este inclusă în (VBC) și AD ∥ BC ∥ d , unde d = (VAD)∩(VBC) . N este mijlocul lui (BC) ⇒ VN ⊥ BC și cum VM ⊥ AD, obţinem m(∢((VAD), (VBC))) = m(∢(VM,VN )).

VM = VN = MN = 6 dm. Rezultă că triunghiul VMN este triunghi echilateral și

m(∢(VM,VN ) = m(∢$MVN$) $= 60°$. Deci $\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

 Sursa bibliografică: http://subiecte2015.edu.ro/2015/evaluarenationala/Subiecte_si_bareme/